

MODELAGEM DO INCREMENTO EM ÁREA TRANSVERSAL DE ÁRVORES DE CRESCIMENTO LIVRE DE *Araucaria angustifolia*

Emanuel Arnoni COSTA¹
César Augusto Guimarães FINGER¹
André Felipe HESS²

- RESUMO: Este estudo objetivou desenvolver um modelo de incremento periódico anual em área transversal em função de variáveis de tamanho, dimensão de copa e características de sítio de árvores com crescimento livre de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em Lages, SC. Em 114 árvores crescendo livre sem competição, foram medidos atributos dendrométricos, morfométricos da copa e extraídos rolos de incremento radialmente do tronco no diâmetro à altura do peito. A técnica de Modelos Lineares Generalizados (MLG's) foi usada testando dois campos aleatórios: Normal e Gamma e as funções de ligação identidade (μ) e logarítmica $\ln(\mu)$. As estatísticas usadas para seleção do melhor modelo ajustado foram o Critério de Informação de Akaike (AIC), o Critério de Informação Bayesiano (BIC) e a análise gráfica dos resíduos em porcentagem em função dos valores estimados. A correlação de Pearson foi positiva entre o incremento periódico anual em área transversal com as variáveis independentes: diâmetro à altura do peito no início do período ($\rho = 0,45$), proporção de copa ($\rho = 0,66$) e altura total ($\rho = 0,71$). O melhor MLG foi alcançado com o campo aleatório Gamma e função de ligação identidade (μ), menores valores de AIC = 947,6 e BIC = 961,3, além da dispersão relativa dos resíduos regular ao longo dos valores estimados.
- PALAVRAS-CHAVE: Pinheiro-do-paraná; modelos de regressão; crescimento potencial.

1 Introdução

Determinar os fatores que influenciam no crescimento refletido pela variação do tamanho e forma da árvore permite definir estratégias adequadas para o planejamento sustentável dos recursos florestais. Em árvores livres de competição, a modelagem do crescimento permite descrever o crescimento potencial por uma função “Potencial-Modificadora” (QUICKE et al., 1994; ZHANG et al., 2004; WEISKITTEL et al., 2011).

O conhecimento de características e relações interdimensionais das árvores pode ser uma alternativa eficaz quando se pretende melhorar a produtividade das florestas (COLE e LORIMER, 1994; MONSERUD e STERBA, 1996; SCHRÖDER et al., 2002; CUNHA et al., 2013).

O tamanho da copa é uma importante medida de vigor das árvores (ASSMANN, 1970). A copa atual de uma árvore reflete o nível acumulado de competição do passado

¹ Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Campus Sede, Departamento de Ciências Florestais, CEP: 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil. E-mail: emanuelarnonicost@hotmail.com; cesarfinger.ufsm@gmail.com

² Universidade do Estado de Santa Catarina - UESC, Centro de Ciências Agroveterinárias, Departamento de Engenharia Florestal, CEP: 88520-000, Lages, SC, Brasil. E-mail: hessandre@yahoo.com.br

(HASENAUER, 2006), também pode indicar o potencial que uma árvore pode ter para utilizar os recursos disponíveis, como aumentar o espaço de crescimento (PRETZSCH, 2009).

Assim, muitos modelos de crescimento de árvore individual usam o tamanho da copa (proporção de copa ou comprimento de copa) como preditor do incremento em altura e diâmetro, bem como a mortalidade de árvores (VOSPERNIK et al., 2010). Árvores saudáveis apresentam maior incremento anual em diâmetro do que as árvores não saudáveis ao longo de todos os gradientes de qualidade (sítio, classe de copa, idade da árvore), podendo ser empregado como variável qualitativa em modelos de crescimento das árvores para estimar a biomassa e os estoques de carbono (ATTIS BELTRÁN et al., 2013).

A qualidade do sítio refere-se à combinação dos fatores físicos e biológicos que caracterizam uma determinada localização geográfica, a qual pode envolver uma classificação descritiva. Os fatores que determinam a qualidade do sítio, geralmente, são inerentes ao próprio sítio, mas podem ser influenciados pelo manejo (SKOVSGAARD e VANCLAY, 2008).

A variável altura das árvores é usada para estimar o volume de madeira, índice de sítio e outras variáveis importantes relacionadas com o crescimento e a produção da floresta, estágios sucessionais e modelos para estimativa de carbono (PENG et al., 2001, SCHMIDT et al., 2011). Algumas pesquisas mostraram o aumento do crescimento em altura com o aumento da qualidade do sítio (BIGING, 1985; NEWNHAM, 1988). Apesar da relação altura/DAP sofrer o efeito da idade e densidade, o uso desta relação para classificação de sítios em florestas naturais não pode ser rejeitada (VANCLAY e HENRY, 1988; HUANG e TITUS, 1993; HERRERA-FERNÁNDEZ et al., 2004, TEMESGEN et al., 2007; SKOVSGAARD e VANCLAY, 2013; BONTEMPS e BOURIAUD, 2014).

Face o exposto, o objetivo do presente estudo foi modelar o incremento em área transversal de árvores de crescimento livre de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze, em função de variáveis de tamanho, dimensão de copa e característica de sítio, utilizando técnicas de Modelos Lineares Generalizados (MLG).

2 Material e métodos

2.1 Área de estudo

Os dados foram coletados em uma propriedade rural, no município de Lages, SC (27° 48'S e 50° 19'O). O clima, de acordo com a classificação de Köppen, é subtropical úmido, sem estação seca e com verão temperado (Cfb). A altitude do município é de, aproximadamente, 987 m, com temperatura anual média de 15,2 °C e precipitação anual média de 1685,7 mm (ALVARES et al., 2013). Os solos predominantes na região são Nitossolos Háplicos e Cambissolos Húmicos, desenvolvidos a partir de rochas basálticas (EMBRAPA, 1999).

2.2 Levantamento dos dados

Um total de 114 árvores de araucária de crescimento livre (sem competição) foi amostrado em área de campo aberto. As árvores estavam distribuídas dentro de um raio de 6 km. Em cada árvore, foi medido o diâmetro à altura do peito (DAP) com fita diamétrica, a altura total (h) e a altura do ponto de inserção de copa (hic) com o hipsômetro Vertex IV. O comprimento de copa (cc) foi obtido pela diferença entre a h-hic. A proporção de copa foi obtida pela razão entre o cc pela h.

Em cada árvore, foram medidos quatro raios de copa (considerado a partir do eixo central da árvore ao nível do DAP), nas posições cardeais: norte (N), leste (L), sul (S) e oeste (O), orientadas com bússola. Em todas as árvores, os raios de copa foram mensurados por uma única pessoa para evitar possíveis tendências de interpretação. Assim, o diâmetro de copa (dc) foi calculado duplicando o valor do raio médio de copa (rcm) pela seguinte expressão:

$$rcm = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 rc^2}, \quad (1)$$

em que: rcm = raios de copa médio, em m; rc = raio de copa segundo as posições cardeais, em m.

2.3 Reconstrução do incremento periódico

O incremento periódico foi delimitado, anualmente, pelos anéis de crescimento medidos em dois rolos de incremento amostrados radialmente do tronco, utilizando o trado de Pressler para o período dos últimos cinco anos. Os rolos de incremento de cada árvore foram acondicionados em canudos de plástico perfurados e identificados com o número da árvore.

Em laboratório, as amostras foram fixadas com cola em suportes de madeira. Após a secagem, fez-se o acabamento com lixadeira manual na superfície dos rolos de incrementos com intuito de tornar mais fácil a visualização dos anéis de crescimento. Com a prévia delimitação dos anéis de crescimento, efetuou-se a etapa de digitalização das amostras em arquivo com formato de imagem e resolução de 1200 pixels por meio de um scanner.

Com a digitalização das amostras, foi realizada a medição dos anéis de crescimento com o *software Image Pro-Plus* na escala de medida em milímetros, registrando, em arquivo de texto, os incrementos radiais de cada uma das árvores. O incremento periódico anual em área transversal foi calculado pela expressão:

$$IPAg = \left[\frac{\pi}{4} (DAP^2 - DAP_{-t}^2) \right] / t, \quad (2)$$

em que: $IPAg$ = incremento periódico anual em área transversal, em cm^2/ano ; DAP = diâmetro à altura do peito no final do período; em cm; DAP_{-t} = diâmetro à altura do peito no início do período; em cm; t = número de anos considerados.

2.4 Modelos Lineares Generalizados (MLG's)

Um Modelo Linear Generalizado (MLG) é uma extensão do modelo linear tradicional, sendo aplicável a uma gama mais ampla de problemas de análise de dados. Um MLG é constituído pelos seguintes componentes: distribuição resposta, preditor linear e função de ligação. A distribuição resposta dos valores \mathbf{Y}_i ($i = 1, \dots, n$) são variáveis aleatórias independentes, com média μ_i . Compartilha distribuições de densidade da família exponencial com parâmetro de escala constante ϕ (MCCULLOCH e SEARLE, 2001).

Para o preditor linear pressupõem-se um conjunto de p , geralmente, de parâmetros desconhecidos β , e um conjunto de variáveis explicativas conhecidas $\mathbf{X}_{n \times p} = [\mathbf{X}_1^T, \dots, \mathbf{X}_n^T]^T$, sendo a forma da matriz:

$$\eta = \mathbf{X}\beta, \quad (3)$$

em que: $\mathbf{X}\beta$ é a estrutura linear que descreve a localização da distribuição resposta com a mudança das variáveis explanatórias.

A função de ligação quando assume $\eta_i = \eta_i$, a definição do MLG é completa (LINDSEY, 1997). A relação entre a média da i -ésima observação com o seu preditor linear é dado por uma função de ligação, $g_i = (\cdot)$:

$$\eta_i = g_i(\mu_i) = \mathbf{X}_i^T \beta, \quad (4)$$

A função de ligação deve ser monótona e diferenciável (DOBSON e BARNETT, 2008). Normalmente, a mesma função de ligação é usada para todas as observações. Em seguida, a função de ligação canônica é a função que transforma a média para um parâmetro de localização canônico, membro da família de distribuição exponencial (LINDSEY, 1997).

No ajuste MLG, foram testados dois campos aleatórios: Normal e Gamma, valendo-se das funções de ligação identidade (μ) e logarítmica $\ln(\mu)$. O modelo foi definido por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 \times x_1 + \beta_2 \times x_2 + \beta_3 \times x_3 + \varepsilon \quad (5)$$

em que: y = incremento periódico anual em área transversal (IPAg), em cm^2/ano ; x_1 = variável de tamanho; x_2 = variável de dimensão de copa; x_3 = variável de caracterização de sítio; β_0, \dots, β_3 = coeficientes estimados; ε = erro residual.

2.5 Análise dos dados

Todas as estatísticas foram processadas no Sistema de Análise Estatística (SAS, 2004). A análise de correlação de Pearson foi usada para indicar o grau de associação entre o IPAg em função das variáveis independentes testadas e as estatísticas para seleção do melhor MLG foram o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC). O melhor modelo foi o que apresentou o menor valor em ambos os casos (AIC e BIC). Também foi avaliada a análise gráfica dos resíduos em porcentagem em função dos valores estimados:

$$res\% = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \times 100 \quad (6)$$

em que $res\%$ = resíduo em porcentagem; y_i = valor observado e \hat{y}_i = valor estimado.

3 Resultados e discussão

A amplitude de distribuição diamétrica das 114 árvores de araucária com crescimento livres amostradas foi de 18,0 a 68,1 cm (Tabela 1). No resumo estatístico das dimensões das árvores, observou-se que o cc foi a variável com a maior dispersão (CV% = 41,2), indicando estar diretamente relacionada com o estágio ontogênico característico da espécie e com a qualidade do sítio em que a árvore encontra-se, o que reflete na morfologia de copa. Araucárias crescendo livre de competição em melhores sítios apresentaram maior altura quando comparadas a árvores de mesmo DAP crescendo em sítios de menor qualidade.

Tabela 1 - Resumo estatístico das características biométricas de árvores de araucária crescendo livre em Lages, SC

Variável	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	CV%
DAP	18,0	41,4	41,1	68,1	24,5
h	7,3	12,5	12,3	18,0	20,9
hic	1,9	5,0	4,8	11,0	38,7
cc	1,7	7,5	7,6	13,7	41,2
dc	4,4	9,5	9,3	15,2	24,6
Pc	14,7	58,6	61,5	85,7	29,3

DAP = diâmetro à altura do peito, em cm; h = altura total, em m; hic = altura de inserção de copa, em m; cc = comprimento de copa, em m; dc = diâmetro de copa, em m; Pc = proporção de copa e CV% = coeficiente de variação.

O caráter ontogênico da araucária foi evidenciado com o aumento do DAP e consequente aumento na h ($p = 0,77$), o que também pode estar associado ao sítio conforme o valor do coeficiente de correlação de Pearson (Figura 1). Esta característica ontogênica ficou evidente a campo ao observar-se que árvores jovens possuem copas de forma geométrica cônica, enquanto que, em árvores maduras, as copas são hemisféricas e, em fase senil, apresentam forma de umbela.

A variável “hic” mostrou baixa relação com DAP ($p = 0,23$) em árvores de crescimento livre. Este resultado pode estar relacionado com a maior intensidade de luz a que estão submetidas e com baixa modificação na variável hic com aumento do DAP, por não estarem sujeitas ao efeito de competição lateral, o que, em árvores na floresta, favorece o processo de recessão de copa.

A análise de correlação linear de Pearson entre o IPAg e as demais variáveis independentes testadas permitiu apenas inferir no grau de associação linear entre elas, duas a duas (Figura 1). Dessa forma, para modelar a variação do IPAg, considerou-se a

hipótese: “o IPAg é uma função de características de tamanho da árvore, dimensão de copa e atributos de sítio”.

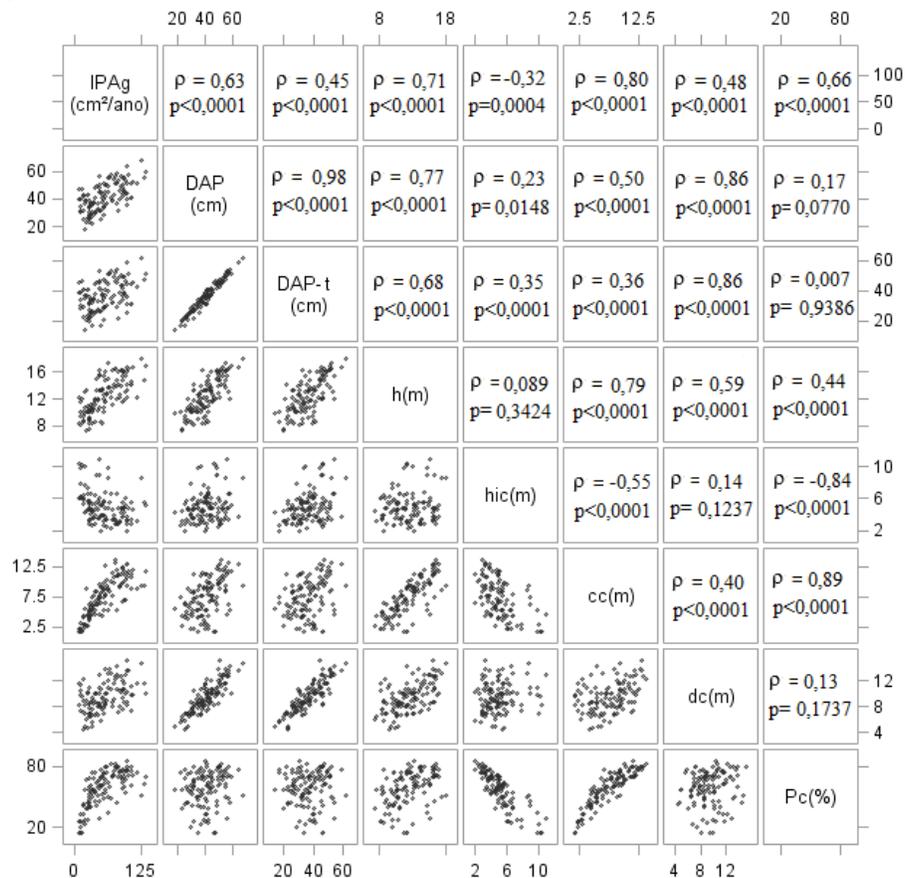


Figura 1 - Correlação linear de Pearson e dispersão dos valores do IPAg entre variáveis independentes testadas em Lages, SC.

O IPAg das araucárias de crescimento livre apresentou maior correlação de Pearson com o DAP ($\rho = 0,63$) quando comparado ao DAP-t ($\rho = 0,45$). Porém, para a modelagem, optou-se pelo DAP-t para representar a variável independente de *tamanho* (x_1) no modelo 5, uma vez que possibilita prognosticar o IPAg futuro em função de medidas realizadas no período atual. A Pc ($\rho = 0,66$) foi a variável selecionada de *dimensão de copa* (x_2) e a h ($\rho = 0,71$) a de *caracterização de sítio* (x_3) (Figura 1). A maior correlação de Pearson para dimensões de copa foi obtida com o cc ($\rho = 0,80$), porém, esta variável apresenta maior variabilidade (Tabela 1). A correlação negativa entre o IPAg com a hic ($\rho = -0,32$) (Figura 1) confirmou que, para um mesmo DAP, árvores com maior Pc e h apresentaram maiores taxas de crescimento.

Com as variáveis independentes selecionadas, foi possível prognosticar o crescimento considerando a seguinte hipótese: “o IPAg futuro de árvores de araucária de crescimento livre pode ser prognosticado para os próximos cinco anos em função das variáveis DAP-t, Pc e h medidas no período atual”.

O ajuste do MLG de IPAg testado com os campos aleatórios *Normal* e *Gamma* e as funções de ligação identidade (μ) e logarítmica $\ln(\mu)$ resultou entre os quatro MLG's que os melhores critérios de AIC e BIC foram obtidos com o campo aleatório *Gamma* e função de ligação identidade (μ) (Tabela 2).

Tabela 2 - Parâmetros estimados utilizando a técnica de Modelos Lineares Generalizados (MLG's) com seus critérios de ajustes usados para descrever o IPAg de árvores de araucária crescendo livre em Lages, SC.

MLG	F.L.	Parâmetros estimados				Critério de ajuste	
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	AIC	BIC
<i>Normal</i>	μ	-72,9894 (<0,0001)	0,6896 (0,0063)	0,9311 (<0,0001)	3,9822 (0,0002)	985,1	998,8
	$\ln(\mu)$	1,8249 (<0,0001)	0,0060 (0,1819)	0,0150 (<0,0001)	0,0828 (<0,0001)	999,3	1013,0
<i>Gamma</i>	μ	-56,0886 (<0,0001)	0,4455 (0,0037)	0,9284 (<0,0001)	3,2815 (<0,0001)	947,6	961,3
	$\ln(\mu)$	1,1430 (<0,0001)	0,0132 (0,0039)	0,0237 (<0,0001)	0,0714 (0,0002)	955,9	969,6

em que MLG = modelo linear generalizados; F.L. = função de ligação; () = em parênteses probabilidade de χ^2 de Wald dos parâmetros estimados; AIC = Critério de Informação de Akaike e BIC = Critério de Informação Bayesiano.

O mesmo resultado foi alcançado ao avaliar-se a análise gráfica dos resíduos em porcentagem, em função dos valores estimados com o modelo (Figura 2c), que mostraram os menores desvios ao longo da amplitude estimada.

Ao analisar os resíduos em porcentagem do modelo ajustado pelo campo aleatório *Normal* e função de ligação identidade (μ) (Figura 2a), constatou-se comportamento similar ao modelo com o campo aleatório *Gamma* e função de ligação identidade (μ) (Figura 2c), contudo, ao verificarem-se os critérios de ajuste, ele foi classificado em terceiro lugar entre os quatro modelos testados (Tabela 2).

Ao avaliar o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov para a frequência da variável observada IPAg com os modelos ajustados de distribuição de densidade *Gamma* ($D = 0,0736$; $\text{Pr} > D = 0,145$) e *Normal* ($D = 0,0912$; $\text{Pr} > D = 0,020$), verificou-se estatisticamente que a frequência da variável dependente ajustada (IPAg) não diferiu da observada por meio da função *Gamma* (Figura 3), justificando o emprego desta distribuição para a modelagem dos dados no presente estudo. A modelagem do crescimento de árvores com técnicas de MLG's vem ganhando importância, principalmente, quando os dados biológicos proporcionam assimetria acentuada (GEA-IZQUIERDO e CAÑELLAS, 2009; CONTRERAS et al., 2011; LEDO et al., 2014).

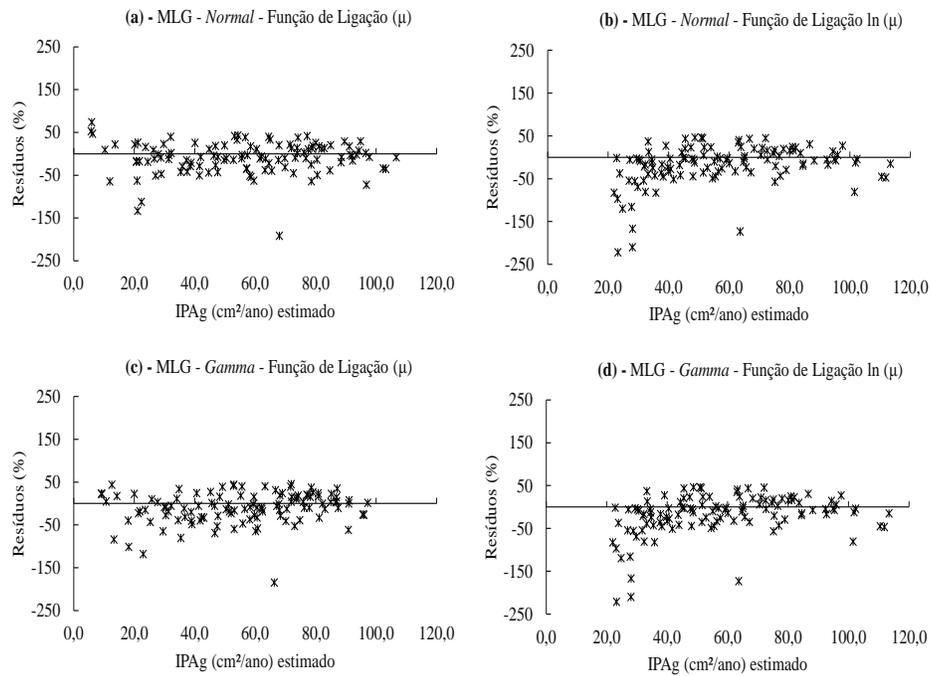


Figura 2 - Análise gráfica de resíduos em porcentagem em função do IPAg estimado utilizando a técnica de MLG's para árvores de araucária crescendo livre em Lages, SC.

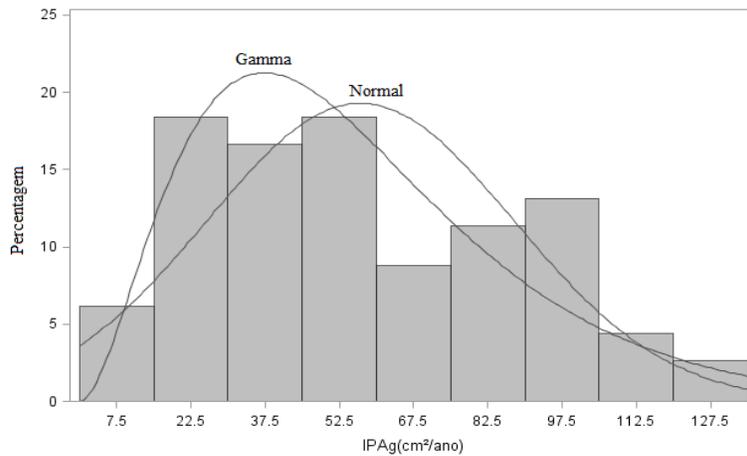


Figura 3 — Histograma da porcentagem da frequência observada do IPAg e o ajuste da frequência esperada utilizando o modelo de distribuição de densidade *Gamma* e *Normal* de árvores de araucária crescendo livre em Lages, SC.

Conclusões

O modelo de incremento periódico anual em área transversal (IPAg) de árvores de crescimento livre de araucária ajustado em função das variáveis de tamanho (diâmetro à altura do peito no início do período), dimensão de copa (proporção de copa) e de característica de sítio (altura) pode ser usado com segurança para a predição do crescimento para a região de Lages, SC. O mesmo modelo também pode ser usado em outras regiões de ocorrência natural da espécie, no entanto, necessita ser validado.

O MLG com o campo aleatório *Gamma* e função de ligação identidade (μ) apresentou melhores critérios de ajuste e maior regularidade na dispersão relativa dos resíduos ao longo da amplitude dos valores estimados.

Agradecimentos

Aos revisores pelos comentários e sugestões que deixaram o artigo mais preciso em vários pontos.

COSTA, E. A.; FINGER, C. A. G.; HESS, A. F. Modeling of increment in basal area of open growth trees of *Araucaria angustifolia*. *Rev. Bras. Biom.* Lavras, v.34, n.3, p.522-532, 2016.

- **ABSTRACT:** *This study aimed to develop an annual periodic increment model in basal area in function of size variables, dimension crown and site characteristics of open growth trees Araucaria angustifolia (Bertol.) Kuntze in Lages, SC. In 114 open growing trees without competition, we measured dendrometric attributes, morphometric crown and extracted increment rolls radially of stem to the diameter at breast height. The Generalized Linear Models technique (GLM's) was used for testing two random fields: Normal and Gamma using identity link (μ) and logarithmic ln (μ) functions. The statistics used to selection the best fitted model were the Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC) and percent residuals graphical analysis in function of the estimated values. The Pearson correlation was positive between the annual periodic increment in basal area with the independent variables: diameter at breast height in the beginning of the period ($\rho = 0.45$), proportion of crown ($\rho = 0.66$) and total height ($\rho = 0.71$). The best GLM was obtained with the Gamma random field and identity link function (μ), with lower values of AIC = 947.6 and BIC = 961.3, also regular dispersion of relative residuals along of estimate values.*
- **KEYWORDS:** *Parana-pine; regression models; potential growth.*

Referências

ALVARES, C. A., STAPE, J. L., SENTELHAS, P. C., GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorologische Zeitschrift*, v.22, p.711-728, 2013.

ASSMANN, E. *The principles of forest yield study*. Oxford: Pergamon Press, 1970. 506p.

ATTIS BELTRÁN, H.; MARTÍNEZ PASTUR, G.; IVANCICH, H.; LENCINAS, M. V.; CHAUCHARD, L. M. Tree health influences diameter growth along site quality, crown class and age gradients in *Nothofagus* forests of southern Patagonia. *Journal of Forest Science*, v.59, p.328-336, 2013.

- BIGING, G. S. Improved Estimates of Site Index Curves Using a Varying-Parameter Model. *Forest Science*, v.31, p.248-259, 1985.
- BONTEMPS, J. D.; BOURIAUD, O. Predictive approaches to forest site productivity: recent trends, challenges and future perspectives. *Forestry*, v.87, p.109-128, 2014.
- COLE, W. G.; LORIMER, C. G. Predicting tree growth from crown variables in managed northern hardwood stands. *Forest Ecology and Management*, v.67, p.159-175, 1994.
- CONTRERAS, M. A.; AFFLECK, D.; CHUNG, W. Evaluating tree competition indices as predictors of basal area increment in western Montana forests. *Forest Ecology and Management*, v.262, p.1939-1949, 2011.
- CUNHA, T. A.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P.R. Linear mixed model to describe the basal area increment for individual cedro (*Cedrela odorata* L.) trees in Occidental Amazon, Brazil. *Ciência Florestal*, Santa Maria, v.23, n.3, p. 461-470, 2013.
- DOBSON, A. J.; BARNETT, A. G. *An introduction to generalized linear models*, 3^o Edition, Chapman & Hall, 2008. 320 p.
- EMBRAPA. *Sistema brasileiro de classificação de solos*. Brasília: Embrapa Produção de Informação; Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 1999. 412 p.
- GEA-IZQUIERDO, G.; CAÑELLAS, I. Analysis of Holm Oak intraspecific competition using Gamma regression. *Forest Science*, v.55, p.310-322, 2009.
- HASENAUER, H. *Sustainable forest management: Growth models for europe*. Berlin: Springer-Verlag, 2006. 398 p.
- HERRERA-FERNÁNDEZ, B.; CAMPOS, J. J.; KLEINN, C. Site productivity estimation using height-diameter relationships in Costa Rican secondary forests. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, v.13, p.295-303, 2004.
- HUANG, S.; TITUS, S. J. An index of site productivity for uneven-aged and mixed-species stands. *Canadian Journal for Forest Research*, v.23, p.558-562, 1993.
- LEDO, A.; CAÑELLAS, I.; BARBEITO, I.; GORDO, F. J.; CALAMA, R. A.; GEA-IZQUIERDO, G. Species coexistence in a mixed Mediterranean pine forest: Spatio-temporal variability in trade-offs between facilitation and competition, *Forest Ecology and Management*, v.322, p.89-97, 2014.
- LINDSEY, J. K. *Applying generalized linear models*. New York: Springer, 1997. 256 p.
- MCCULLOCH, C. E.; SEARLE, S. R. *Generalized, linear, and mixed models*. New York: J. Willey & Sons, 2001. 325 p.
- MONSERUD, R. A.; STERBA, H. A basal area increment model for individual trees growing in even- and uneven-aged forest stands in Austria. *Forest Ecology and Management*, v.80, p.57-80, 1996.
- NEWNHAM, R. M. A modification of the Ek-Payandeh nonlinear regression model for site index curves. *Canadian Journal for Forest Research*, v.18, p.115-120, 1988.
- PENG, C.; ZHANG, L.; LIU, J. Developing and validating nonlinear height– diameter models for major tree species of Ontario’s boreal forests. *Northern Journal of Applied Forestry*, v.18, p.87-94, 2001.

PRETZSCH, H. *Forest dynamics, growth and yield*. Heidelberg: Springer Verlag, 2009. 664 p.

QUICKE, H. E.; MELDAHL, R. S.; KUSH, J. S. Basal area growth of individual trees: a model derived from a regional longleaf pine growth study, *Forest Science*, Bethesda, v.40, n.3, p.528-542, 1994.

SAS. *The SAS System for Windows*. Cary: SAS Institute. 2004.

SCHMIDT, M.; KIVISTE, A.; GADOW, K. V. A spatially explicit height-diameter model for Scots pine in Estonia. *European Journal of Forest Research*, v.130, p.303-315, 2011.

SCHRÖDER, J.; SOALLEIRO, R. R.; ALONSO, G. V. An age-independent basal area increment model for maritime pine trees in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, v.157, p.55-64, 2002.

SKOVSGAARD, J. P.; VANCLAY, J. K. Forest site productivity: a review of spatial and temporal variability in natural site conditions. *Forestry*, v.86, p.305-315, 2013.

SKOVSGAARD, J. P.; VANCLAY, J. K. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry*, v.81, p.13-31, 2008.

TEMESGEN, H.; HANN, D.; MONLEON, V. Regional Height Diameter Equations for Major Tree Species of Southwest Oregon. *Western Journal of Applied Forestry*, v.22, p.213-219, 2007.

VANCLAY, J. K.; HENRY, N. B. Assessing site productivity of indigenous cypress pine forest in southern Queensland. *Commonwealth Forestry Review*, v.67, p.53-64, 1988.

VOSPERNIK, S.; MONSERUD, R. A.; STERBA, H. Do individual-tree growth models correctly represent height:diameter ratios of Norway spruce and Scots pine? *Forest Ecology and Management*, v.260, p.1735-1753, 2010.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; JR. KERSGAW, J. A.; VANCLEY, J. K. *Forest growth and yield modeling*. Chichester: Wiley-Blackwell, 2011. 415 p.

ZHANG, L.; PENG, C.; DANG, Q. Individual tree basal area growth models for jack pine and black spruce in northern Ontario. *Forestry Chronicle*, v.80, p.366-374, 2004.

Recebido em 03.09.2015

Aprovado após revisão em 18.04.2016